

Conceptos básicos para el diseño y análisis de estructuras ligeras tensadas

JÉLIX ESGRIG Y JUAN PÉREZ VALCÁRCEL, DRs. ARQUITECTOS

1. Introducción
2. Tipologías
3. Materiales y sus propiedades
4. Determinación de formas
5. Cálculo de estructuras tensadas
6. Despiece de conjunto y confección de patrones
7. Acciones a considerar
8. Disposiciones constructivas
9. Planteamiento del proyecto de estructura tensada
10. Pliego mínimo de prescripciones técnicas particulares
11. Relación de proyectos importantes y sus características, conceptos básicos para el diseño y análisis de estructuras ligeras tensadas

Aunque las grandes estructuras arquitectónicas tensadas comenzaron a finales de los años 50 con una fuerza que hacía presagiar un desarrollo abundante y generalizado sus aplicaciones siempre atrevidas y vistosas se han sucedido con mucha parsimonia. No obstante es previsible un crecimiento espectacular.

Con independencia de ilustres antecesores, lo que conocemos como cu-

biertas tensadas tiene sus orígenes en las estructuras de cables dispuestas en superficies parabólico-hiperbólicas a mediados de este siglo. En 1953 se construyó la Arena de Raleigh en Carolina del Norte con diseño de Matthew Movicki y dimensiones máximas de 92×97 m. (Fig. 1). En 1958 se utilizó una red de cables de forma triangular con 80 m. de lado y un cable de cabeza de grandes dimensiones con 170 m. de longitud apo-

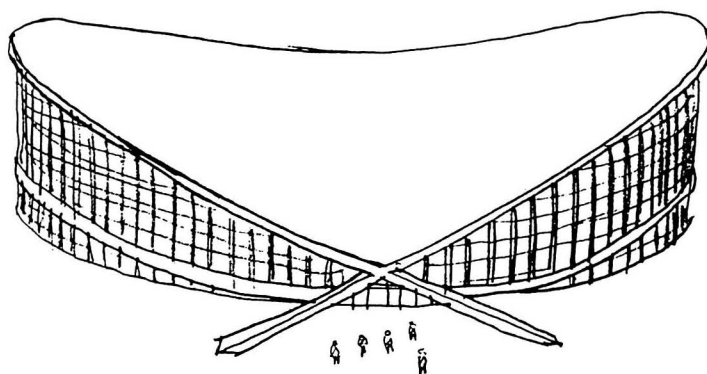


FIG. 1. ARENA DE RALEIGH, CAROLINA DEL NORTE 1953

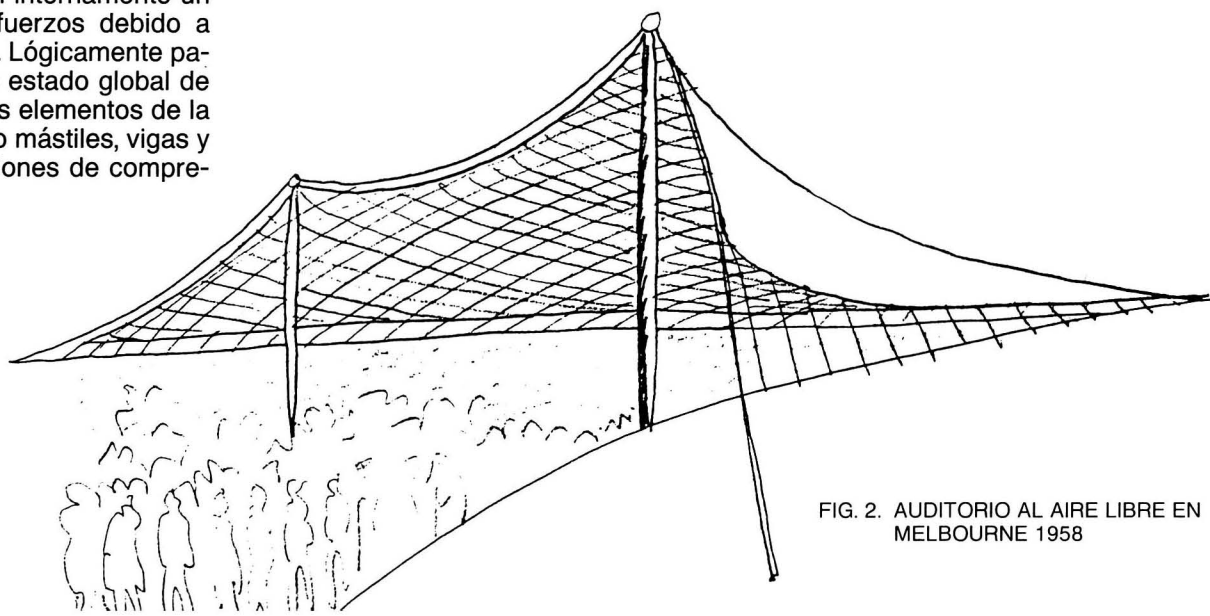


FIG. 2. AUDITORIO AL AIRE LIBRE EN MELBOURNE 1958

1. INTRODUCCION

Estructuras ligeras tensadas son aquellas constituidas fundamentalmente por materiales que únicamente tienen rigidez a tracción y que antes de recibir las cargas exteriores para las que se proyectan desarrollan internamente un fuerte estado de esfuerzos debido a pretensados iniciales. Lógicamente para hacer posible este estado global de tracción determinados elementos de la estructura, tales como mástiles, vigas y macizos sufrirán acciones de compresión.



yado en dos mástiles con 21 m. de altura. Mientras que en el caso anterior se usó chapa plegada, en este el material de cubierta fue de madera recubierta de aluminio. Los arquitectos fueron **Yuncen, Freeman, Griffiths y Simpson** (Fig. 2).

En el mismo año **Eero Saarinen** construyó la Pista de Hockey de la Universidad de Yale basada en un arco de 67 m. de luz que sostiene una cubierta de cables de 55 m. de anchura recubierta con tablazón de madera (Fig. 3).

En 1.964 **Kenzo Tange** realizó con un afortunado diseño los Palacios de Deportes para las Olimpiadas de TOKIO basadas en cubiertas metálicas tensadas sobre cables (Fig. 4).

En 1.967 se construyó el Pabellón de Alemania en la EXPO de Montreal con proyecto, entre otros de **Frei Otto**. Consistía en una red de cables sostenida sobre ocho mástiles y anclada al suelo en 31 puntos dando lugar a una compleja cubierta de aspecto estalagmítico a base de tejido sintético (Fig. 5).

El proyecto más relevante y que despertó el interés de gran público por este tipo de estructuras fue la cubierta del Estadio Olímpico para los juegos de 1.972 en Munich. Con este diseño controvertido y de autoría polémica se alcanzó un refinamiento tecnológico que no ha vuelto a repetirse. De hecho la complejidad y el precio de esta cubierta implicaron la cancelación de esta vía de trabajo. En este caso el material utilizado sobre la malla era metacrilato. La estructura tenía ocho grandes mástiles de

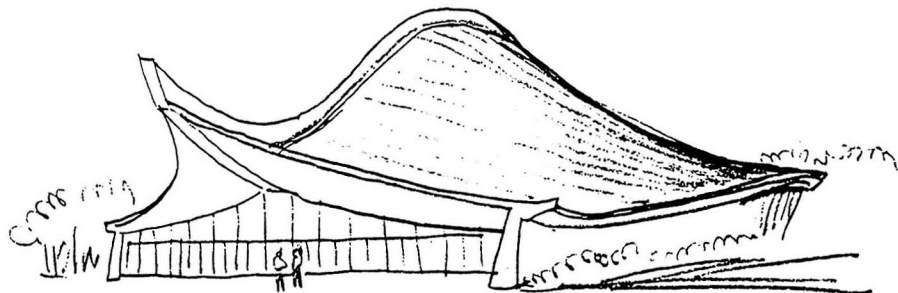


FIG. 3. PISTA DE HOCKEY EN LA UNIVERSIDAD DE YALE. NEWHAVEN 1958

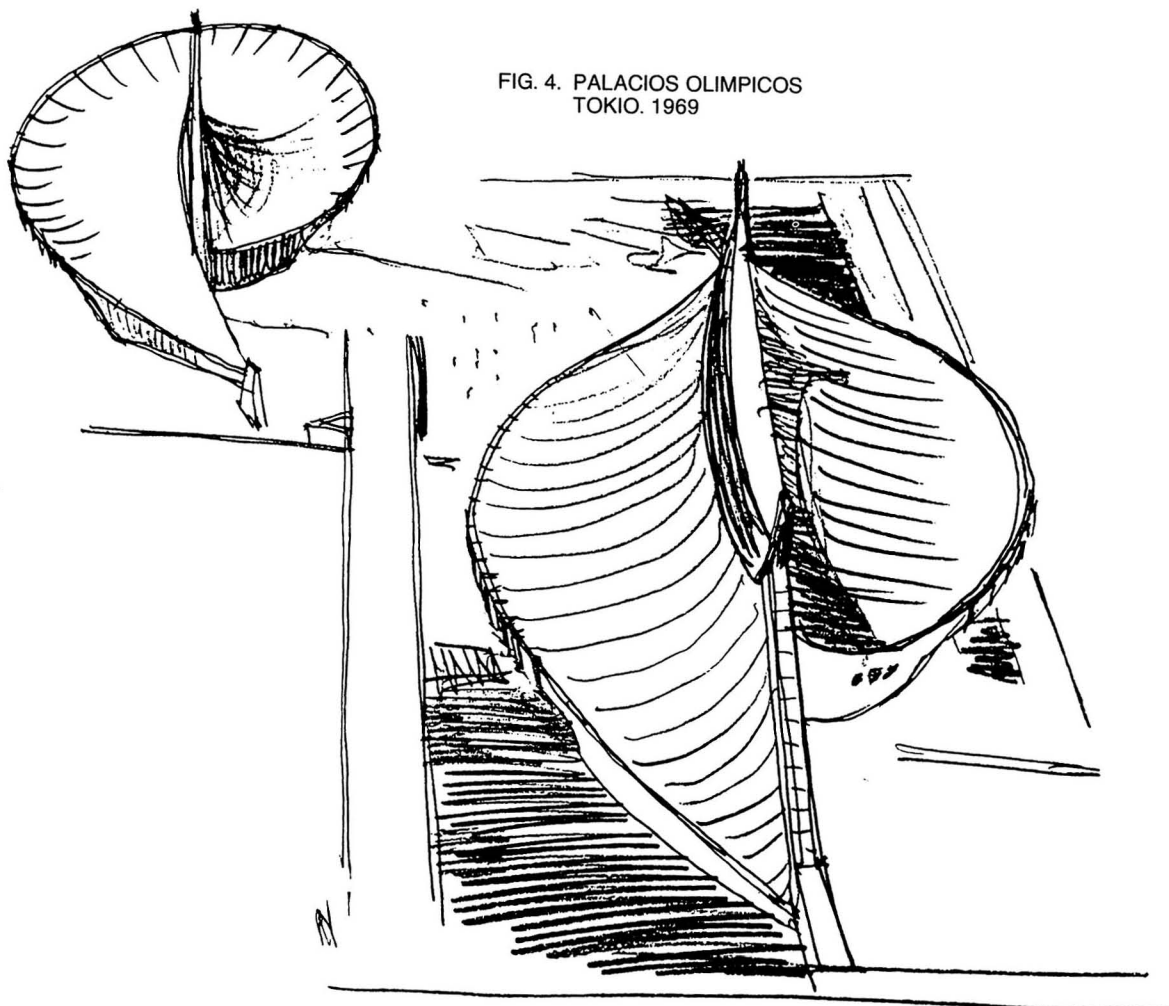


FIG. 4. PALACIOS OLIMPICOS TOKIO. 1969

FIG. 5. PABELLON DE ALEMANIA OCCIDENTAL
EXPO. 1967 MONTREAL CANADA

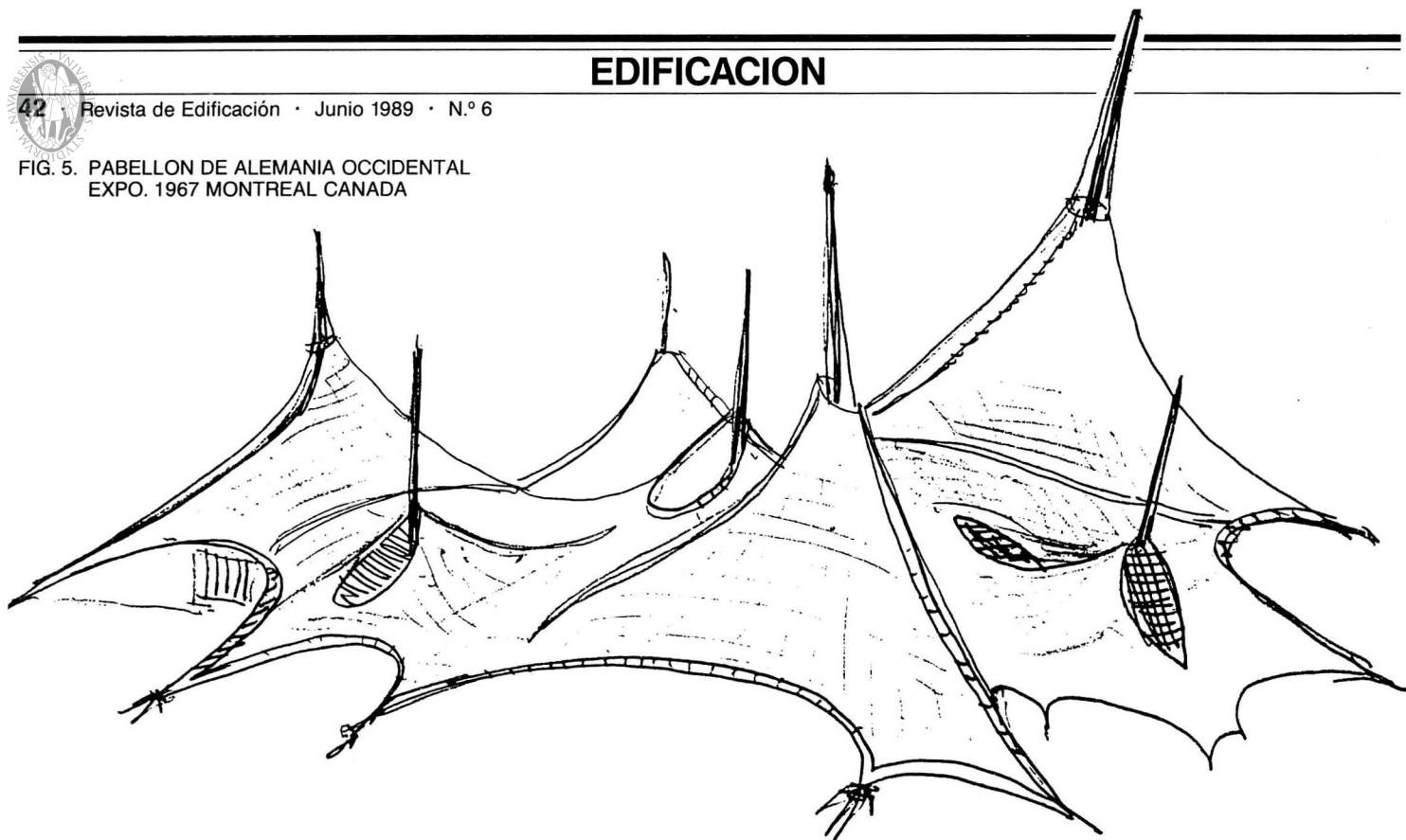


FIG. 6. ESTADIO OLIMPICO
MUNICH 1972

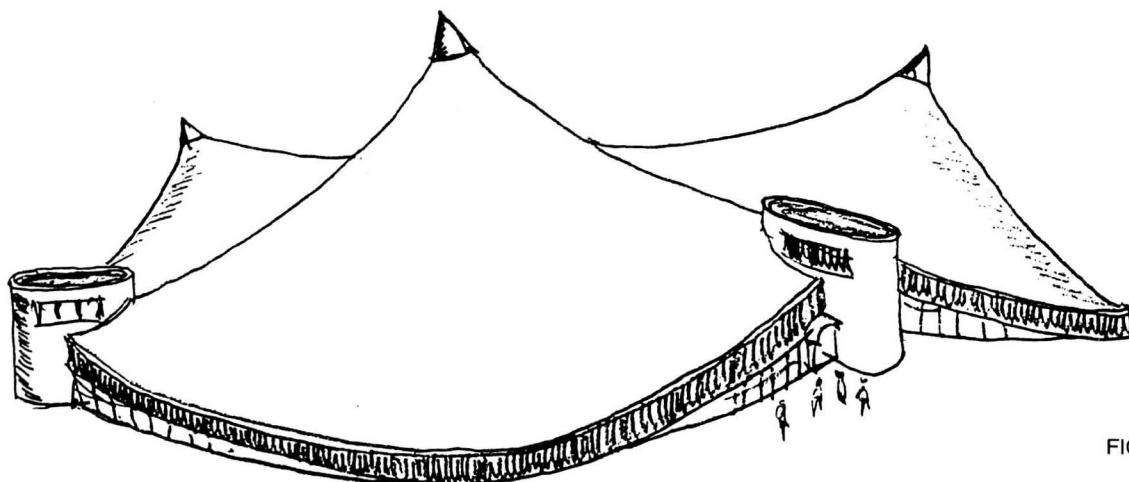
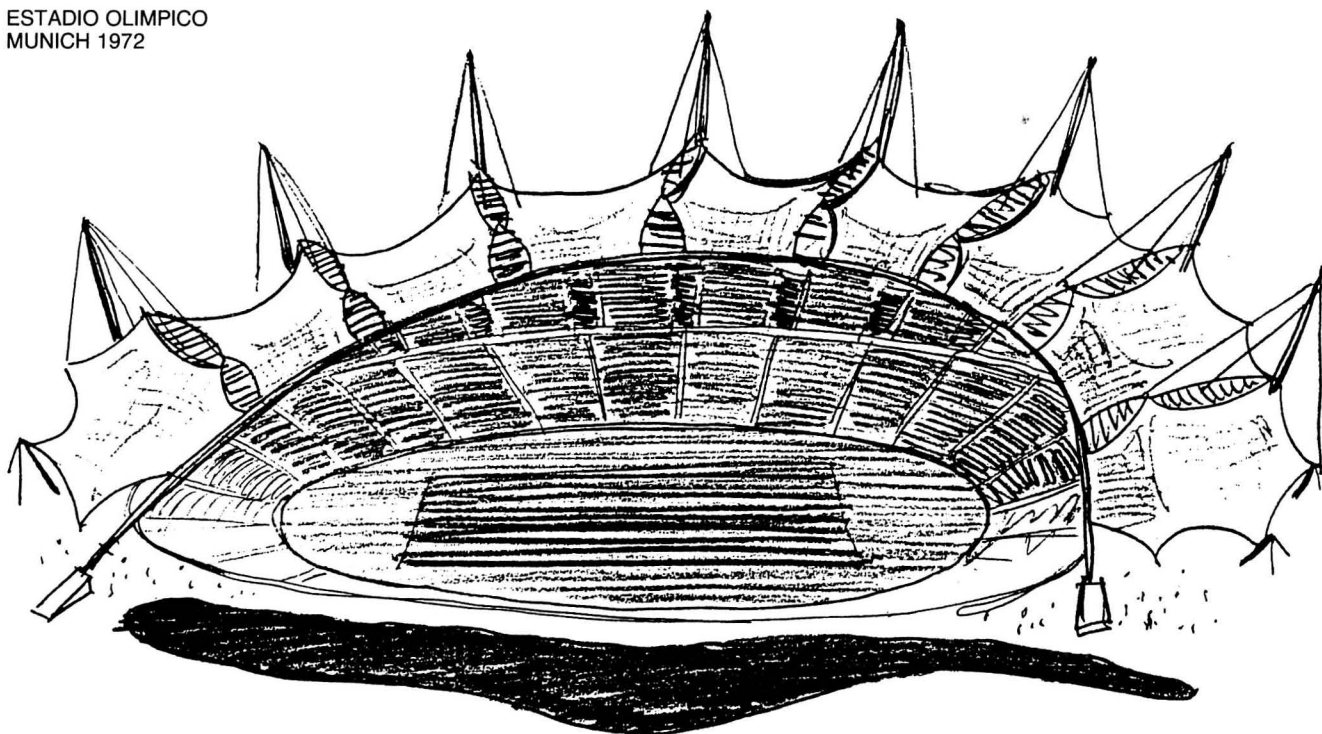


FIG. 7. CENTRO DE ACTIVIDADES
LA VERNE COLLEGE
CALIFORNIA 1973

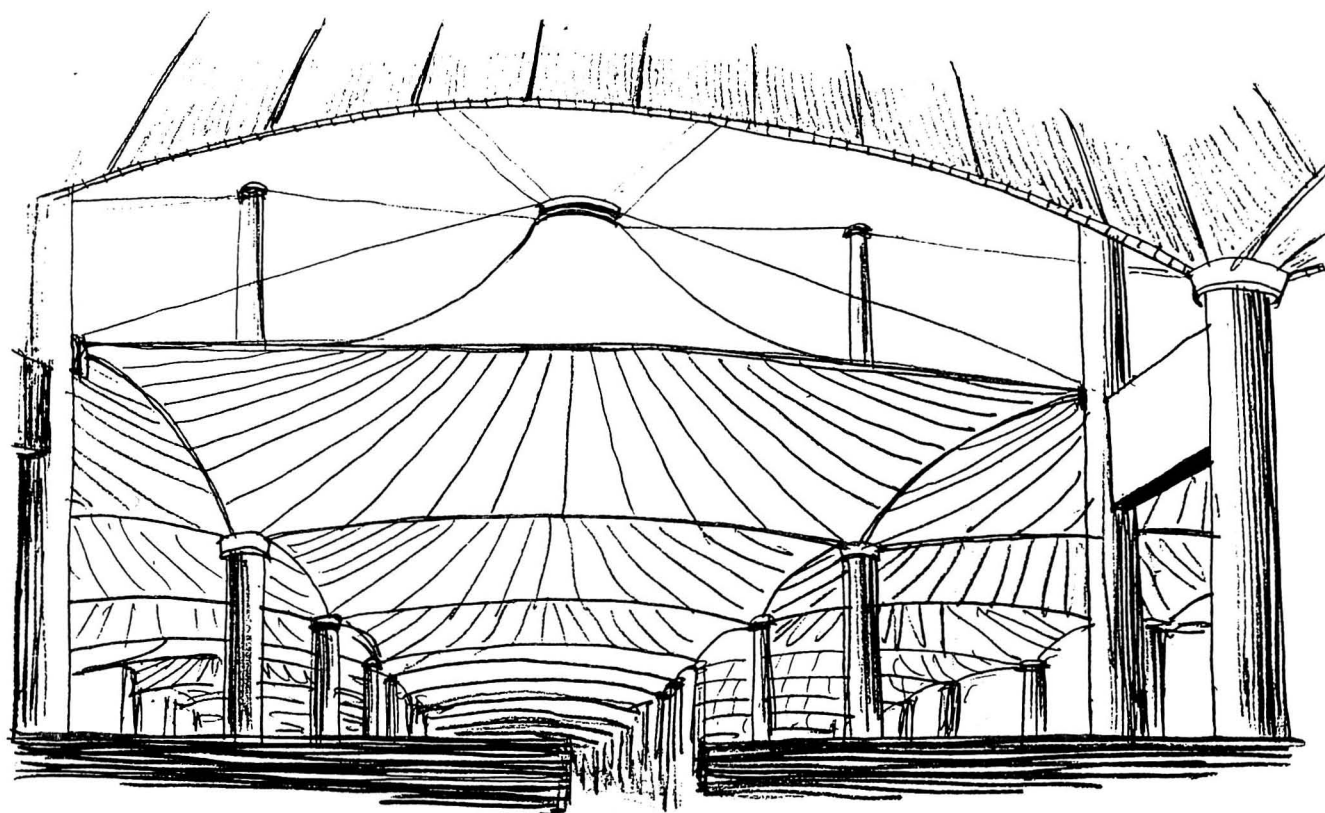


FIG. 8. TERMINAL HAJ AEROPUERTO INTERNACIONAL DE JEDDAH
ARABIA SAUDI 1981

87 m. de altura y cubría 34.000 m.² de graderío (Fig. 6).

A partir de entonces se experimenta con cubiertas de superficie activa en donde no será necesario utilizar los cables como estructura base. Tejidos sintéticos especiales se disponen de modo que alcancen altas resistencias a la tracción y larga duración frente a las inclemencias atmosféricas.

La primera estructura textil de grandes dimensiones es el Centro de Actividades del La Verne College de California de 1.973 de **Shaver y Lin**, sustentado sobre tres mástiles (Fig. 7). Los proyectos sucesivos se sucedieron con características muy versátiles y resultados espectaculares. Destacamos la Terminal Haj del Aeropuerto Internacional de Jeddah en Arabia Saudita de 1981, una superficie cubierta de tela de más de 400.000 m.² por medio de 210 módulos cónicos tensados entre mástiles. Este conjunto une a su confort y funcionalidad una sorprendente espacialidad interior. El proyecto es de la firma SKID-MORE, OWINGS & MERRILL (Fig. 8). Otro importante proyecto es el Estadio Internacional de Riyadh en Arabia, de 1984 de los arquitectos **Fraser y Roberts**. Son 50.000 m.² de graderío cubierto en un anillo de 158 m. de radio exterior y 70 m. de radio interior con 24 mástiles

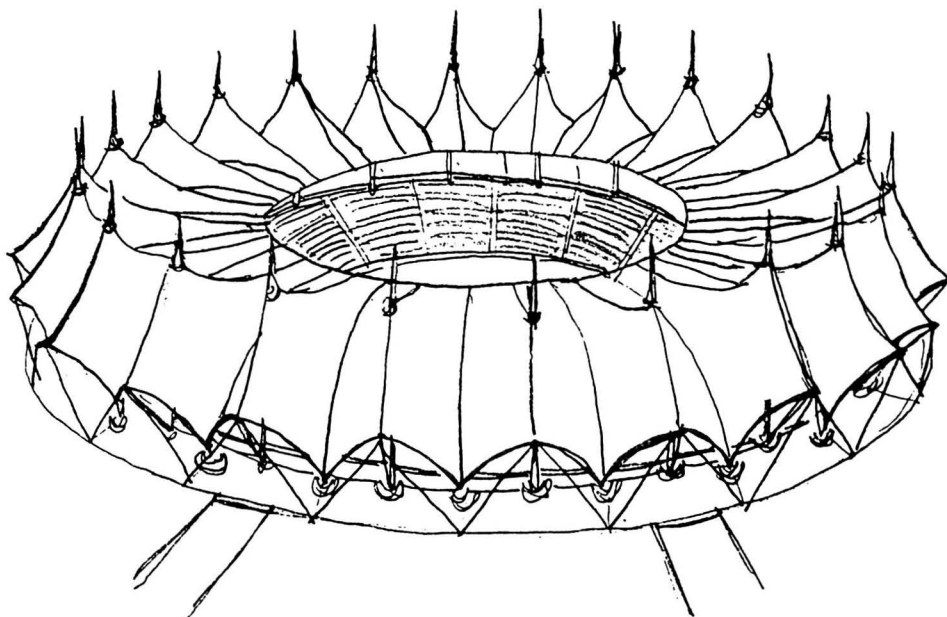


FIG. 9. ESTADIO DE RIYADH EN ARABIA SAUDITA

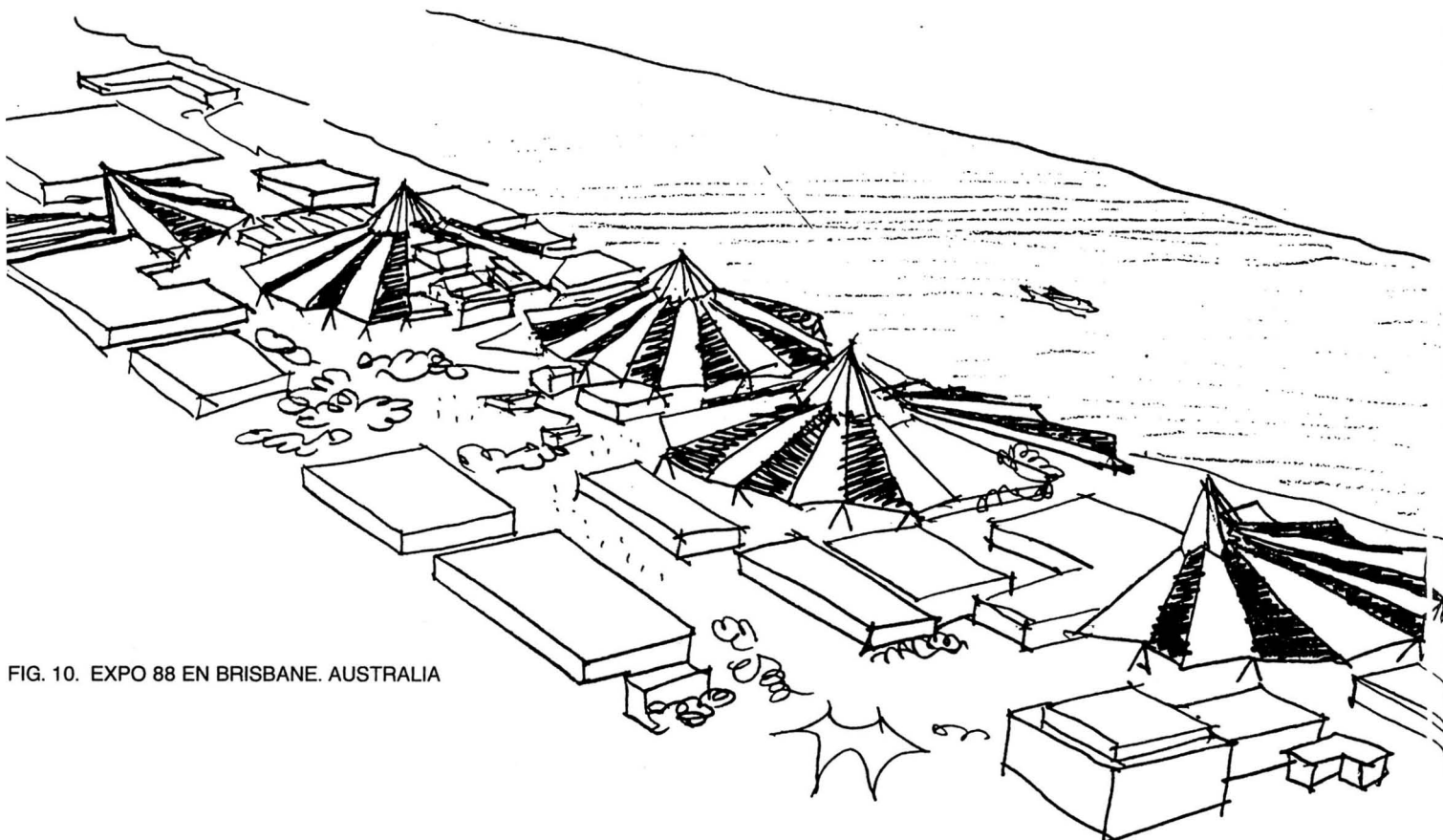


FIG. 10. EXPO 88 EN BRISBANE. AUSTRALIA

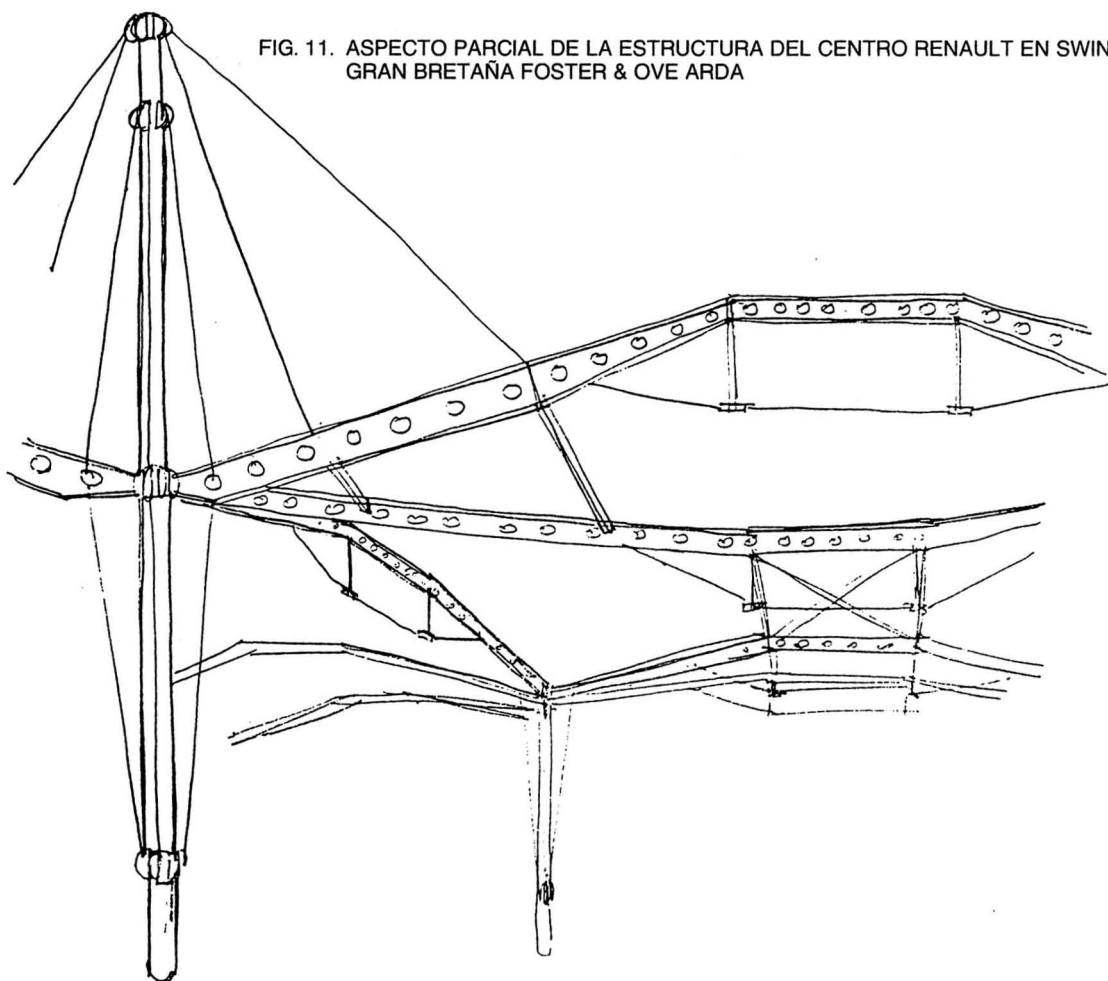


FIG. 11. ASPECTO PARCIAL DE LA ESTRUCTURA DEL CENTRO RENAULT EN SWINDON Y GRAN BRETAÑA FOSTER & OVE ARDA

de 55 m. de altura. Toda la estructura desagua hacia el exterior (Fig. 9).

Por último hacemos referencia a la más reciente de estas estructuras. La cubierta del recinto de la EXPO-88 en Brisbane (Australia) en donde una gigantesca vela de 40.000 m.² planea sobre los espacios públicos y los pabellones como abanicos pivotantes en torno a 5 mástiles entre 30 y 50 m. de altura (Fig. 10). El primer y último diseño están realizados en fibra de poliéster con PVC y los restantes con fibra de vidrio recubierta de Teflon.

2. TIPOLOGIAS

Si aceptamos no incluir las estructuras hinchadas en este trabajo para dedicarles un capítulo específico y eliminamos las estructuras colgadas puesto que no tienen tensión inicial y pueden trabajar sólo bajo determinadas orientaciones de las cargas vamos a clasificar las estructuras tensadas del siguiente modo:

2.1. Por la disposición de la masa activa, es decir por la distribución de la materia resistente en cables o superficies y por su ubicación espacial.

a) Estructuras rigidizadas por cables. Son aquellas que en su funcionamiento son estables gracias a la acción complementaria de cables tensados. Dentro de este tipo se incluyen los mástiles, puentes, aleros y marquesinas atirantadas (Fig. 11).

b) Celosías de cables. Son conjuntos fundamentalmente planos que alcanzan su estabilidad gracias a la acción combinada de dos líneas funiculares invertidas conectadas entre sí (Fig. 12). Estos elementos no tienen que estar necesariamente contenidos en el mismo plano aunque esa es la disposición más frecuente. En la Fig. 13 se muestran dos celosías espaciales.

Estas celosías pueden cruzarse entre sí para constituir estructuras espaciales de cables con dos capas (Fig. 14). Un ejemplo de éstas es el Auditorio Municipal de Utica de **Zetlin** en 1.959 con un diámetro de 80 m. con dos familias de cables radiales con distinto pretensado para amortiguar las vibraciones.

c) Redes de cables. Se basan en los mismos elementos que en el caso anterior pero dispuestos como superficies alabeadas más o menos complejas. Las superficies tienen que ser anticlásticas en todos sus puntos. Ejemplos de estas disposiciones son las Fig. 1 a 6.

d) Membranas. Son conjuntos contruidos a partir de materiales textiles o

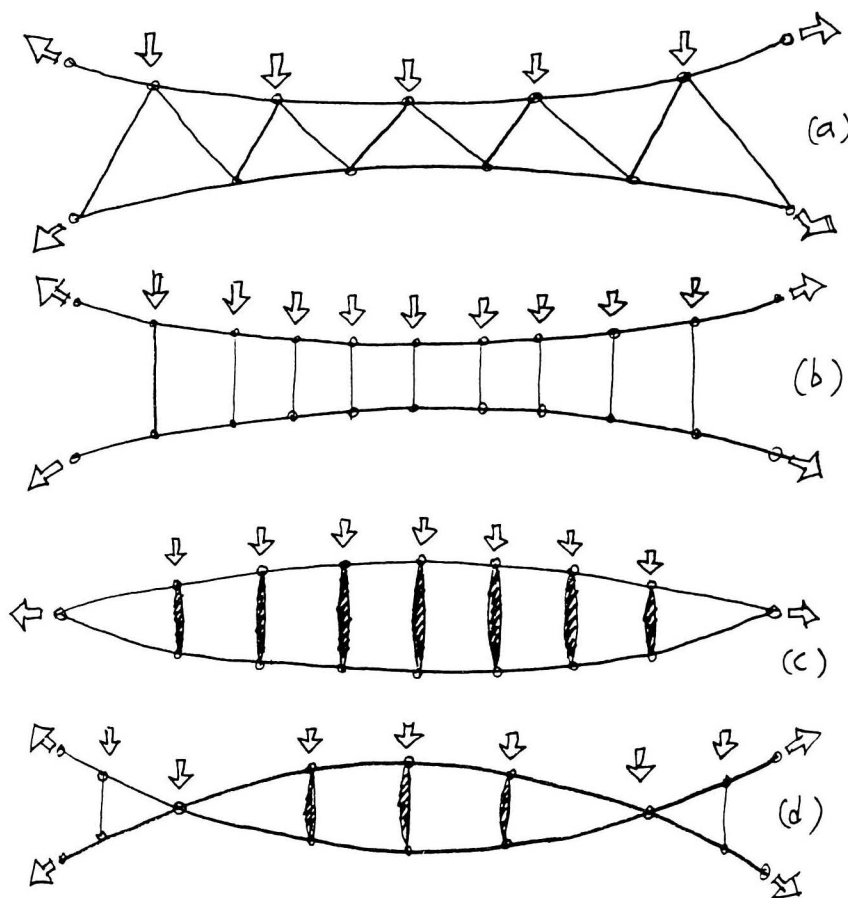


FIG. 12. CELOSÍAS DE CABLES PLANAS

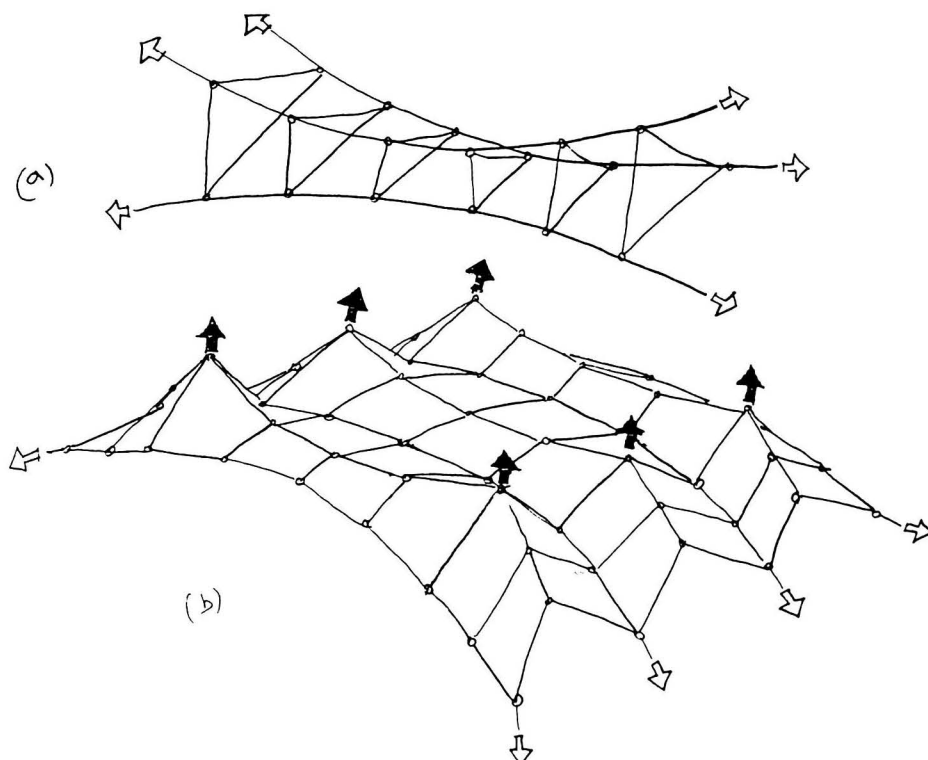


FIG. 13. CELOSÍAS DE CABLES ESPACIALES

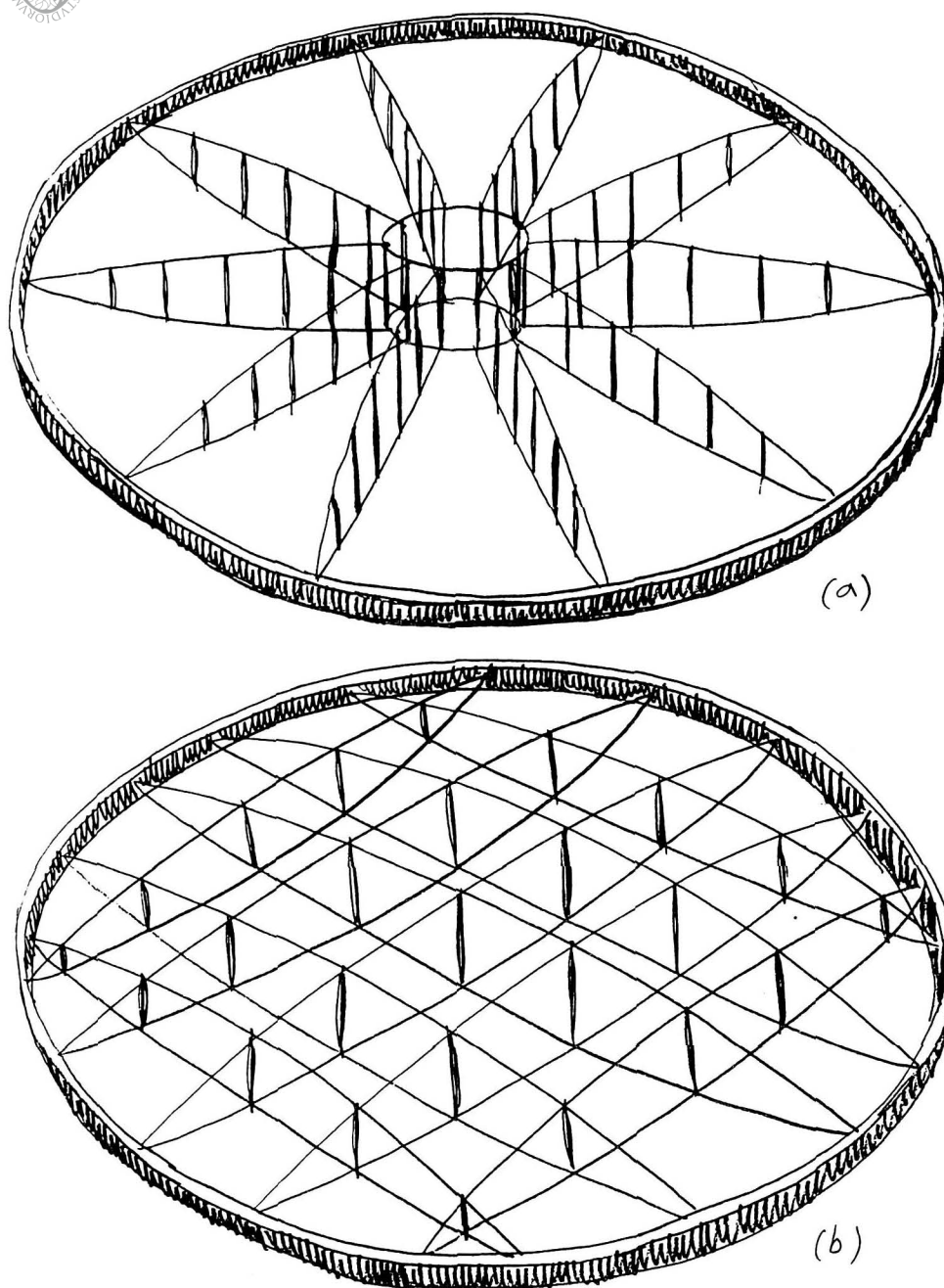


FIG. 14. CELOSIAS CRUZADA DE CABLES

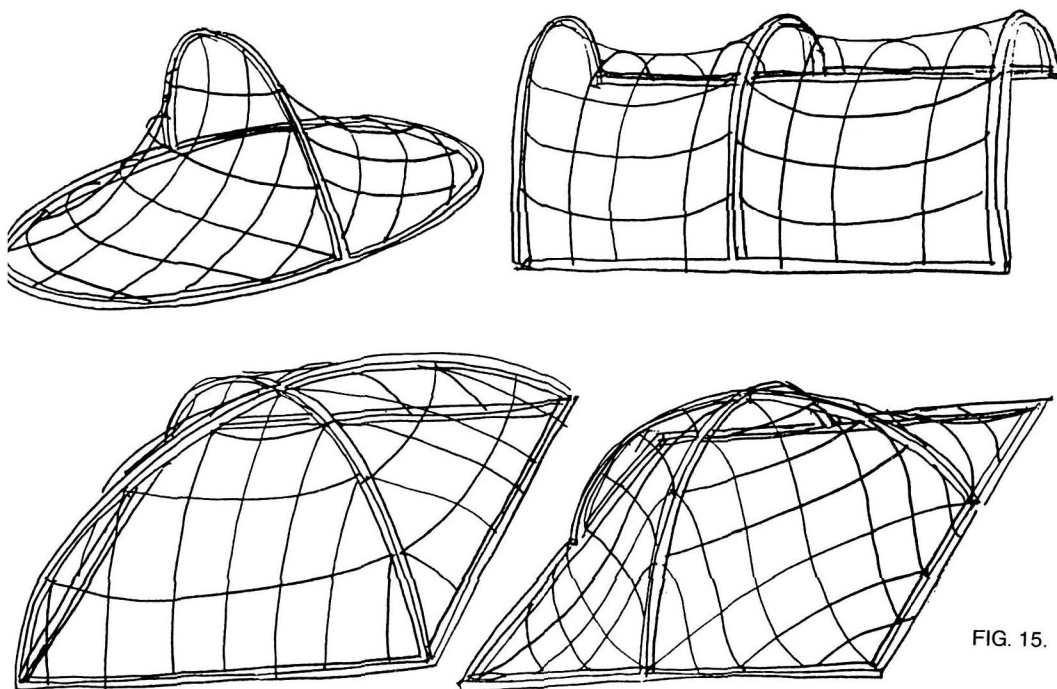


FIG. 15.

metálicos con desarrollo superficial y capaces de absorber exclusivamente esfuerzos de tracción. Por si mismos pueden ser al mismo tiempo estructura y cerramiento unidos a los elementos complementarios de sustentación y anclaje. Son sistemas de gran tradición cultural que recientemente han experimentado grandes cambios tipológicos con los nuevos materiales de avanzada tecnología (Fig. 7 a 10).

- e) Estructuras tensadas mixtas. Son las obtenidas por la combinación de cables y textiles para optimizar su rendimiento. Los cables son casi siempre necesarios en todo tipo de estructuras tensadas, pero sujetas al material textil para reforzarlo sólo se usan en contadas ocasiones (Fig. 10).

2.2. Por el tipo de sustentación

Establecer una clasificación con este criterio obedece al distinto comportamiento resistente que tiene un elemento con bordes libres y a la dificultad para determinar formas que no terminan en líneas de geometría conocidas a priori. Podemos distinguir entre:

- Superficies tensadas entre marcos rígidos o con líneas de apoyo internas continuas. Estas son especialmente sencillas de determinar (Fig. 15).
- Superficies tensadas entre puntos altos de apoyo y bajos de anclaje. Son de gran complejidad analítica (Fig. 16).

2.3. Por la forma

La clasificación por la forma es especialmente relevante desde el punto de vista arquitectónico.

- Modulares de tipo longitudinal. Se incluyen en este apartado tanto las de crecimiento recto (por ejemplo el Pabellón para la Expo-92 en Sevilla de **Prada**, Fig. 17) como las de crecimiento curvo (Fig. 9).
- Modulares de tipo bidireccional. En la fig. 18 se muestra un esquema del Auditorio Pinar del Rey en Madrid (1.985, **J. M. Prada**) con superficie total de 625 m.² Un ejemplo muy destacado es la Fig. 8.
- Polígonos simples con puntos elevados. En algunos casos están resueltos con superficies en Paraboloide Hiperbólico (Fig. 19 de **Frei Otto**). En otros con formas que resultan de tensar hacia afuera algún punto interior (Fig. 20).
- Superficies ajustadas en torno a un reducido número de mástiles como

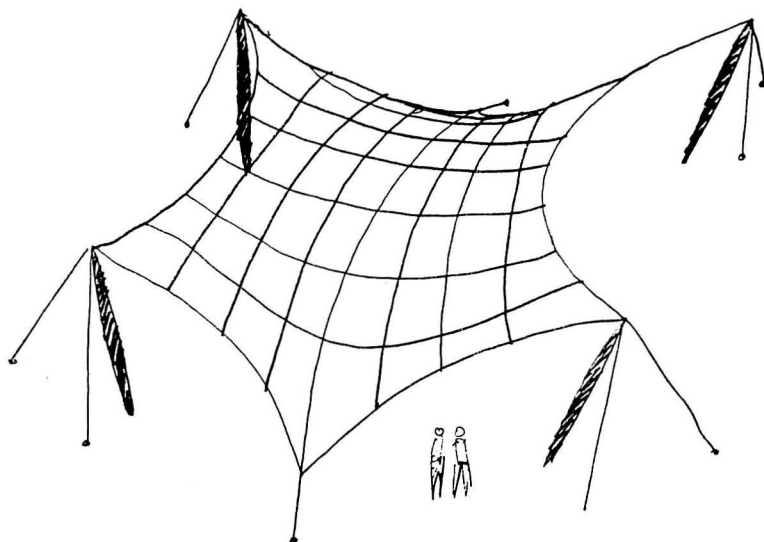


FIG. 16. SUPERFICIE TENSADA ENTRE PUNTOS

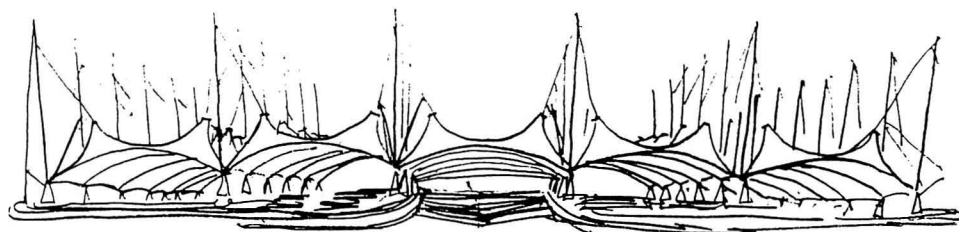


FIG. 17. PALENQUE DE LA EXPO 92. SEVILLA. 1989

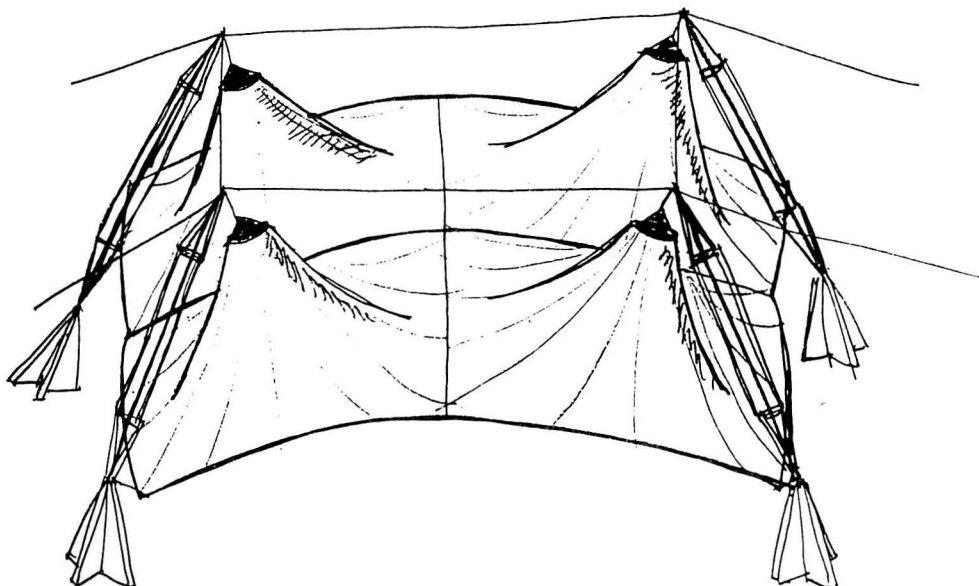


FIG. 18. CUBIERTA PARA EL AUDITORIO PINAR DEL REY. MADRID 1985

el anfiteatro de Shoreline en Mountain View, California de **Blurock** (Fig. 21).

- e) Superficies mínimas de contorno irregular. Representan el caso más genérico, que permite la fijación de la resultante hasta que encaje en la condición de mínima área de material de cubierta. Las Fig. 5 y 6 son ejemplos relevantes.
- f) Poliedros. Son redes tensadas sobre una malla espacial que proporcional los puntos de anclaje. Esta malla puede ser de barras rígidas o incluso otra red de cables. Un ejemplo destacado es el Shulumberger Cambridge Research Center de **Michel Hopkins** (Fig. 23).

Con esta clasificación no podemos recoger todas las formas pero de algún modo nos acerca al conocimiento de una geometría muy versátil.

3. MATERIALES Y SUS PROPIEDADES

Vamos a evitar detenernos en materiales de uso tradicional que en su campo de aplicación tienen un buen comportamiento y han sido extensamente utilizados, como por ejemplo las fibras vegetales y animales entre las que destacan el lino, el algodón, el cáñamo, la lana y la seda. Con ellos se han fabricado enormes velas en usos marítimos y grandes estructuras, como los dirigibles en los primeros tiempos de la navegación aérea.

Una breve clasificación nos permitirá ordenar las fibras utilizadas en arquitectura del siguiente modo:

— Fibras naturales:

- Lino
- Cáñamo
- Lana
- Algodón

— Fibras sintéticas:

- Polietileno
- Poliéster
- Poliamida
- Acrílicas
- Viscosa
- Aramida
- Polietileno de cadena larga

Fibras metálicas:

- Acero
- Acero inoxidable
- Aleaciones de cobre
- Aluminio

Fibras minerales:

- Vidrio
- Carbón

En determinados casos estas fibras necesitan algún tipo de recubrimiento como veremos seleccionado de entre los siguientes:

Materiales de recubrimiento:

- Cloruro de Polivinilo (P.V.C.)
- Poliuretano (P.V.)
- Neopreno
- Caucho
- Hypalón
- Teflón (P.T.F.E.) y (F.E.P.)
- PVC con un polímero plastificador (P.V.F.) o (P.V.D.F.)
- Silicona

Para su uso estructural estos materiales deben utilizarse conjuntamente trenzados, laminados o superpuestos para dar láminas o cables.

En el caso de los materiales metálicos se utilizan casi exclusivamente en forma de cables y de chapas. No vamos a desarrollar ese bloque puesto que tiene una amplia bibliografía.

En el caso de los materiales textiles la información es dispersa y contradictoria puesto que la mayor parte de ella está dictada por intereses comerciales. Nosotros vamos a intentar una breve descripción de ellos.

Los textiles estructurales están compuestos por una trama de fibras de alta resistencia recubierta de un material protector de menor resistencia pero mejor comportamiento ante los agentes externos, fundamentalmente humedad, rayos ultravioletas y agresiones de tipo químico.

Los entramados textiles pueden ser de varios tipos (Fig. 24). En todos ellos hay un entrelazado de trama y urdimbre que permite una alta resistencia en dos direcciones ortogonales, mayor en la de la trama y poca resistencia en cualquier otra dirección puesto que se produce una distorsión angular de la malla.

Con el recubrimiento adecuado se garantiza además de la protección del entramado un mejor reparto de la capacidad de trabajo aunque como criterio general habrá que poner la trama en la dirección de las máximas tracciones.

Las propiedades a considerar son de tres tipos:

1) Propiedades estructurales.

- **Resistencia a la tracción.** Se expresa normalmente en N/50 mm o kp/5 cm y revela la resistencia longitudinal del tejido. Los ensayos que se uti-

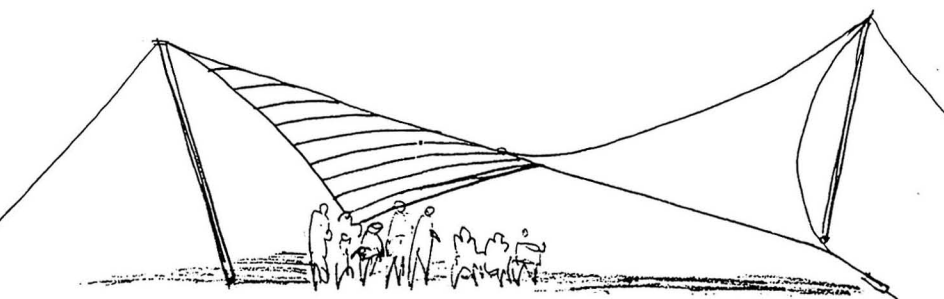


FIG. 19. PABELLON DE MUSICA KASSEL. 1955

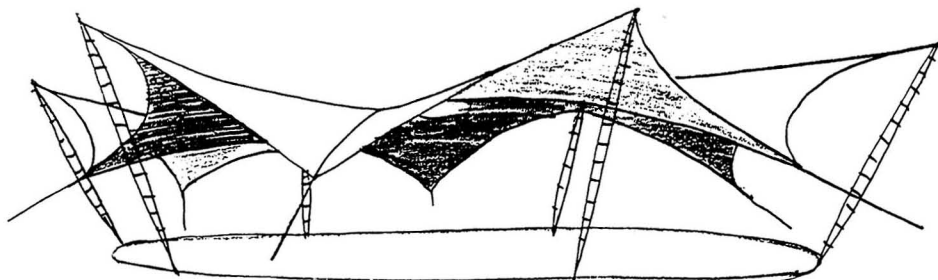


FIG. 20. PISTA DE BAILE EN COLONIA. 1957

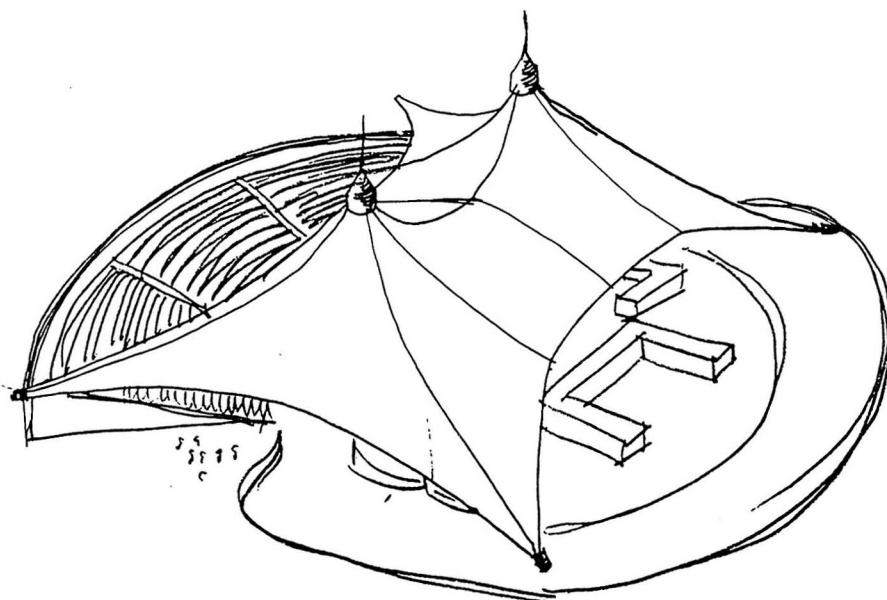


FIG. 21. ANFITEATRO SHORELINE CALIFORNIA

lizan son uniaxiales o biaxiales (Fig. 25).

- **Resistencia al rasgado.** Los ensayos que nos determinan la resistencia al rasgado son de gran importancia. Sin embargo están mal sistematizados y hay discrepancias entre la utilidad de cada uno de ellos. El dato más importante es la resistencia a la propagación del rasgado. Se expresa en N o Kp y se mide sobre una muestra de 100 mm de longitud a la que se ha practicado un corte transversal de 25 mm.

- **Adhesión de la capa protectora.** Se pegan entre sí dos tiras de tela de 5 cm. de anchura y se intentan separar luego mecánicamente. La resistencia se mide en Kp/5 cm y la prueba se denomina también de pelado.

2) Propiedades de conservación:

- **Resistencia a la intemperie.** Las características mecánicas de estos materiales varían mucho con la temperatura, la humedad y sobre todo con la degradación que

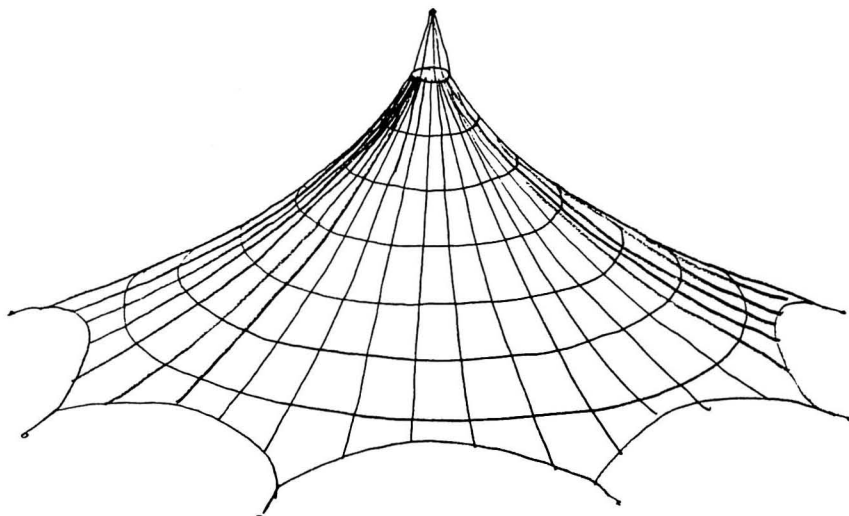


FIG. 22. POLIGONO TENSADO CON UN PUNTO CENTRAL

produce la acción de los rayos ultravioletas. Por ello los ensayos de laboratorio que nos permiten conocer este comportamiento son fundamentales para la elección del tejido.

- **Resistencia de la capa protectora.** Determina la capacidad del material de recubrimiento para conservar su protección a lo largo del tiempo.
- **Permeabilidad de la superficie.** Si las membranas son absolutamente impermeables tendrán buena protección a efectos de absorción o de humedad que puede producir degradación química así como ayudar el desarrollo de microorganismos, pero en contrapartida producirá molestas condensaciones.
- **Estabilidad dimensional.** Algunos materiales sufren los efectos

de la relajación y aumentan sus dimensiones con carácter permanente bajo el efecto de las cargas, lo que obliga a actuar sobre la geometría de la estructura en distintas fases de su vida.

- **Facilidad para la limpieza.** Aparte de la pérdida de apariencia, la suciedad puede ser causante de deterioro físico-químico de la cubierta al reducir su transparencia y absorber determinadas radiaciones. Hay materiales que adhieren los depósitos mientras que otros los repelen.
- **Facilidad para ser reparados.** Por medio de adhesivos o de cosidos todos los textiles pueden ser parcheados, pero mientras los sistemas basados en materiales sintéticos son relativamente sencillos, los basados en fibras minerales requieren sumo cuidado.

— **Resistencia al fuego.** Esta es una de las características básicas que determinan la aceptación de un tejido. La clasificación genérica entre materiales combustibles y no combustibles no es aplicable a estos casos y las Normas de Prevención de Incendios normalmente no tienen en cuenta las singulares características de estas estructuras ligeras de tanta aplicación en recintos de uso público. Estos materiales pueden ser autoextinguibles y mientras algunos como los de PVC se derriten a los 200º C, los basados en Fibra de Vidrio lo hacen a los 700º C, en todos los casos produciendo perforaciones que ventilen el interior y ayudan a la eliminación de humos. No obstante son materiales maltratados por la normativa y que difícilmente cumplen todos los requisitos concebidos para materiales rígidos.

3. Propiedades de montaje:

- **Estabilidad dimensional del tejido base.** Un material demasiado extensible o cambiante con las modificaciones ambientales sería difícil de manipular y tratar con precisión.
- **Soldabilidad de las piezas.** Puesto que todas las estructuras han de ser contruidas uniendo diversos patrones es muy importante que sus uniones puedan ser tan resistentes como el material base pues de lo contrario estaremos deperdiendo las propiedades de éste. La soldabilidad implica poder conectar las piezas por cosido, por pegado con aportación de algún adhesivo o por adherencia con calor.
- **Resistencia al doblado.** Durante la etapa de montaje los paños llegarán a la obra confeccionados y doblados en paquetes. Es muy importante que este doblado no dañe el material. Tejidos muy den-

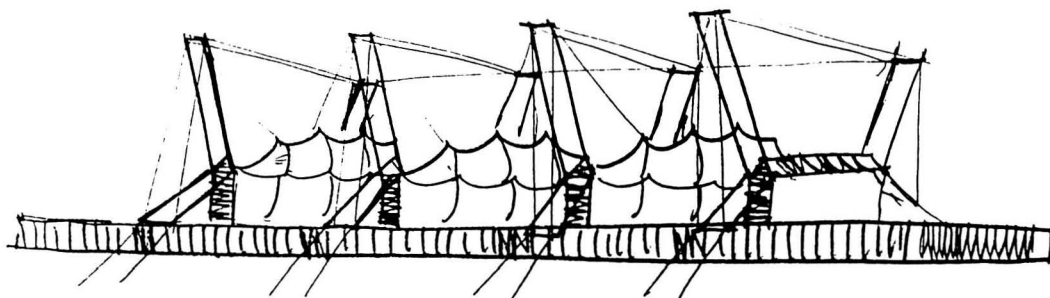


FIG. 23. SHULUMBERGER CAMBRIDGE RESEARCH CENTER

esos y de grande espesor o de componentes frágiles quedan eliminados de estas aplicaciones.

4. Propiedades funcionales:

— **Coloración.** Las fibras que forman la trama y la urdimbre normalmente forman una malla traslúcida de colores claros. El material protector de recubrimiento puede tener aspecto muy variable, desde absolutamente transparente a completamente opaco. Diversas pigmentaciones y mezclas aparte de cambiar el comportamiento de conjunto pueden dar lugar a una gran variedad de colores. Todos los materiales basados en PVC presentan una gama completa de colorido mientras que los de Fibra de Vidrio sólo se presentan en diversos blancos.

— **Transparencia.** Cualquier tejido puede presentarse con cierta capacidad de transmitir en forma difusa la luz captada desde el exterior y por tanto estos materiales tienen un buen comportamiento luminoso. Dependiendo del tipo de los mismos variará el máximo de transmisión, desde un 1596 hasta un 9096, pero de quererlo así, todos pueden presentarse en forma absolutamente opaca.

— **Aislamiento.** El gran problema de estos materiales es su mal comportamiento térmico y acústico ya que por su ligereza y escaso espesor no tienen inercia térmica o acústica. No obstante utilizando dos capas paralelas y controlando intermedio o mediante disposiciones geométricas puede mejorarse aquél. El aeropuerto de Jeddah, situado en pleno desierto, por su efecto chimenea, es capaz de mantener una temperatura interna que no sobrepasa los 25° C. El comportamiento acústico es mucho más difícil de controlar puesto que el material no presenta barreras al ruido extremo. En el interior la escasa rugosidad multiplica las reflexiones y solamente con elementos rompedores puede controlarse la difusión; como pantallas acústicas, funcionan muy bien y han sido extensamente utilizadas las disposiciones textiles.

Los tejidos más frecuentes de tipo comercial son los siguientes:

Fibra de Poliéster con laca acrílica recubierta con PVC

Se presenta en diversos espesores de tal modo que para 0,9 mm. la resistencia al rasgado es de 400 Kplcm y la resistencia a la propagación del rasgado es de 70 Kp.

Tiene una durabilidad entre 15 y 20

años y una elongación del 16% y retiene la deformación al cesar la carga. Se presenta en todos los colores y con acabados capaces de resistir cualquier agresión química. Es resistente al fuego con la adición de sales retardadoras de la combustión. Su precio está entre las 1.000 y 1.500 ptas./m.² Es un material muy impermeable.

Fibra de Nylon recubierto de PVC

Cualidades y precios muy parecidos al anterior. Tiene menor módulo de elasticidad pero recupera mejor las deformaciones. Ha sido el material más utilizado hasta el desarrollo de las fibras del Poliéster.

Fibra de vidrio recubierta con Teflon

Este material combina la enorme resistencia del vidrio y el recubrimiento con un material químicamente inerte que repele la humedad. La superficie resultante es resistente a la abrasión y es incombustible. Sólo se fabrica en color blanco y su transparencia máxima es del 1.696. Su elongación es del 6%. Su resistencia al rasgado para 1 mm. de espesor es del orden de 700 Kplcm y a la propagación del rasgado de 35 Kp. Su durabilidad es superior a 25 años aunque la primera obra construida cumple ahora 18 años. El precio oscila entre 5.000 y 10.000 pts./m.²

Fibra de vidrio recubierta con silicona

Es más flexible que el anterior y su transparencia puede llegar al 7.096 aunque normalmente está entre 20 y 50%. Es casi tan estable ante el fuego como el teflón y sólo se fabrica en color blanco. Su elongación es del 6% y su resistencia a la tracción puede llegar a 700 kplcm. mientras que a la propagación del rasgado puede llegar 40 Kp. El precio oscila en torno a 5.000 pts./m.²

sarrollar unos esfuerzos estabilizadores en coordinación con la nueva tipología.

El enfoque variará según que conozcamos o no todos los puntos del contorno.

En el primer caso podremos determinar la superficie planteando la condición de que sea una superficie mínima, lo que físicamente significa que es una membrana tensada uniformemente en todas direcciones y está regulada analíticamente por una expresión del tipo

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{d^2z}{dy^2} + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \cdot \frac{d^2z}{dy^2} + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2 \cdot \frac{d^2z}{dx^2} = 0$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} - 2 \frac{dz}{dx} \cdot \frac{dz}{dy} \cdot \frac{d^2z}{dx dy} = 0$$

que integrada con las condiciones de contorno dadas nos llevarán a la geometría. Esta ecuación se refiere a una superficie del tipo $z=f(x,y)$ en coordenadas cartesianas y su resolución puede hacerse por métodos numéricos. Una película de jabón está regulada por esa expresión matemática, y por ello algunos proyectistas, como **Frei Otto** han utilizado extensamente fotografías de modelos de este tipo para sus diseños.

Cuando no conocemos tampoco el contorno, el problema es mucho más complejo. La forma que van a tomar los bordes entre apoyos es variable y aunque matemáticamente el estado de tensión uniforme de la membrana implica curvatura constante para aquél, ésta se desarrolla en el espacio y no tiene forma circular como podría asumirse en el plano.

Uno de los métodos más utilizados es la medición sobre un modelo reducido por medios fotogramétricos manuales o automatizados. Con esta geometría aproximada podríamos pasar a la fase de cálculo (Fig. 26).

Otro procedimiento sería el de suponer discretizada la superficie en elementos cable o elementos finitos y suponer que estos elementos, unidos por sus nudos deben equilibrar sus fuerzas de modo que la resultante de fuerzas en ellos se anule. Si adoptamos una superficie arbitraria para contener esos nudos e introducimos tensiones crecientes para los elementos podremos hacer que varíen esas coordenadas hasta que se alcance el equilibrio de fuerzas en los nudos. El **Método Variacional** es no lineal y hay que recurrir a procedimiento iterativos de cálculo. Cuanto más nos acerquemos con la forma inicial a la definición se necesitarán menos ciclos iterativos para llegar a la precisión requerida (Fig. 27).

Otro método, el de **Relajación Dinámica**, consistiría en considerar la superficie proyectada en planta, incluso los

4. DETERMINACION DE FORMAS

Un aspecto primordial en el diseño de este tipo de estructuras es la determinación de su geometría. A diferencia de otras tipologías en las que la forma es un dato de entrada, aquí debe ajustarse para conseguir un estado tensional óptimo y sólo son conocidos algunos puntos de apoyo en el mejor de los casos.

Son estructuras muy deformables donde la geometría varía con la aplicación de las cargas y donde el estado de pretensión interna tiene por objeto de-



puntos de apoyo y proceder ahora al levantamiento simultáneo o sucesivo de cada apoyo por escalones pequeños hasta alcanzar su cota definitiva. Formulando estos pasos como en el caso anterior, tras haber discretizado la estructura y resolviendo las ecuaciones no lineales por procedimientos iterativos, todos los puntos de la malla buscarán su posición de equilibrio hasta la geometría final requerida (Fig. 28).

5. CALCULO DE ESTRUCTURAS TENSADAS

Se ha dicho que la obtención de la geometría implica la resolución de un conjunto de ecuaciones de equilibrio para fuerzas en los nudos de una malla que discretiza la estructura. Ello implica las siguientes cuestiones a tener en cuenta:

- Las tensadas son estructuras de geometría variable con las cargas y no puede asumirse la simplificación de que los desplazamientos son pequeños. Por tanto los esfuerzos y las coordenadas de los nudos van íntimamente relacionados (Fig. 29).
- El sistema de ecuaciones de equilibrio no es lineal y por tanto su resolución es compleja y requiere procesos especiales de linealización, siempre de tipo numérico. No podemos obtener expresiones analíticas continuas de los esfuerzos.
- Si nuestra estructura es una red de cables, puede asumirse que cada tramo entre nudos es una barra y obtener una malla espacial. Si es una vela habrá que discretizar la superficie o bien en forma de elementos longitudinales, con lo que obtendríamos una red, o bien por medio de elementos planos triangulares que faceten la superficie. En este caso podríamos utilizar el **Método de los Elementos Finitos** con elemento triangular, o incluso otros tipos de elementos. De cualquier modo tenemos que discretizar la superficie obteniendo además las características elásticas de los elementos (Fig. 27).
- Discretizada la estructura como conjunto de elementos con determinadas propiedades, unidos por medio de nudos y con unas condiciones de contorno fijadas hay que plantear el equilibrio de fuerzas y resolver las ecuaciones no lineales resultantes con algún programa de cálculo adecuado. (En el Laboratorio de Informática de la E.T.S.A. de Sevilla se dispone del programa CABLE y del programa de Elementos Finitos ANSYS).

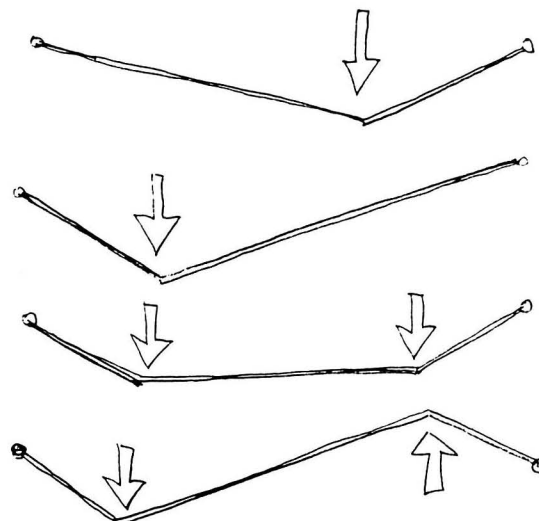


FIG. 29. CAMBIO DE LA GEOMETRIA DE UN CABLE DEBIDO A LAS CARGAS

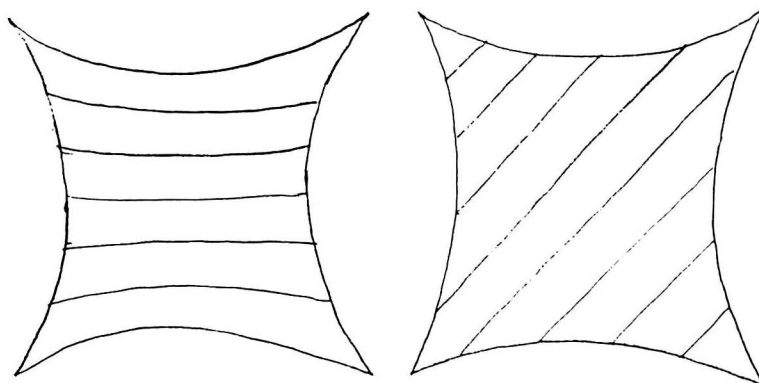


FIG. 30. DESPIECES DE UN PARABOLOIDE HIPERBOLICO

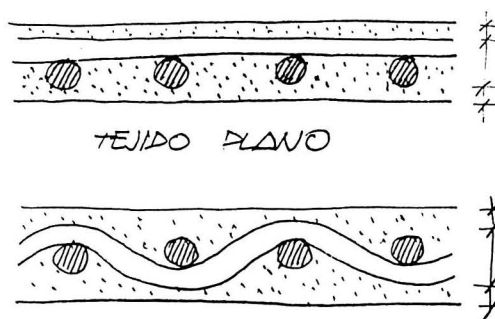
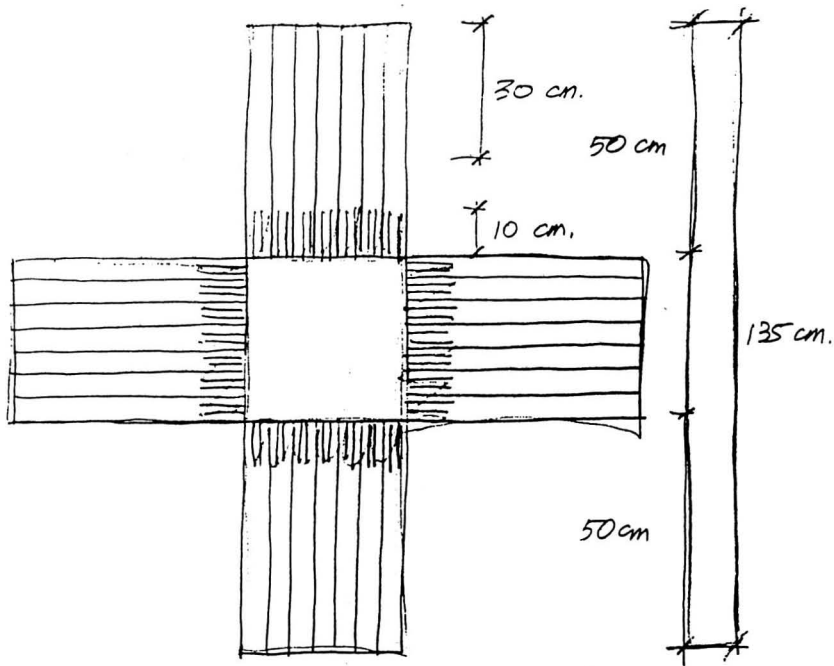


FIG. 24. TEJIDO TRENZADO TIPOS DE TEJIDO

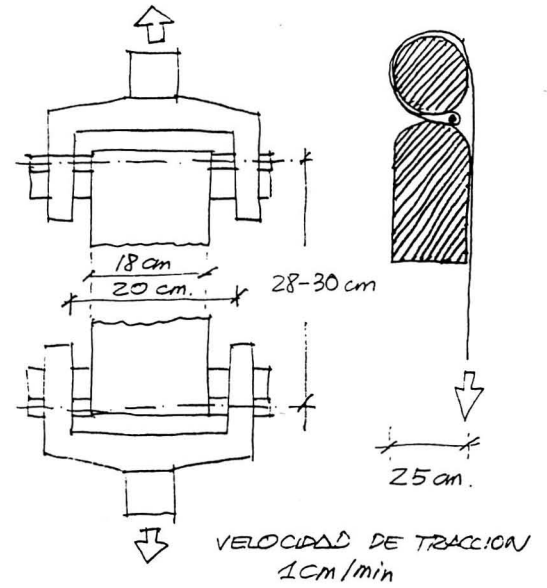
Las fuerzas a considerar son:

- Estado de pretensado establecido previamente para garantizar la estabilidad del conjunto y para que la aplicación de acciones exteriores no destense partes sustanciales de la estructura. Estas fuerzas han de introducirse en zonas en donde sea posible utilizar un artificio mecánico capaz de producirlas (por ejemplo en un apoyo con un tensor o un gato hidráulico).

- Acciones exteriores, fundamentalmente de viento. Por facilidad estas acciones se concentran en los nudos.
- Acciones reológicas. Incrementos térmicos, relajación del material de cubierta, etc. Son acciones que se introducirán como cambios dimensionales de la estructura y no como fuerzas.
- e) En el proceso de cálculo unos elementos estarán comprimidos y



PIEZA PARA EL ENSAYO A TRACCION BIAIXAL



ENSAYO A TRACCION

FIG. 25.

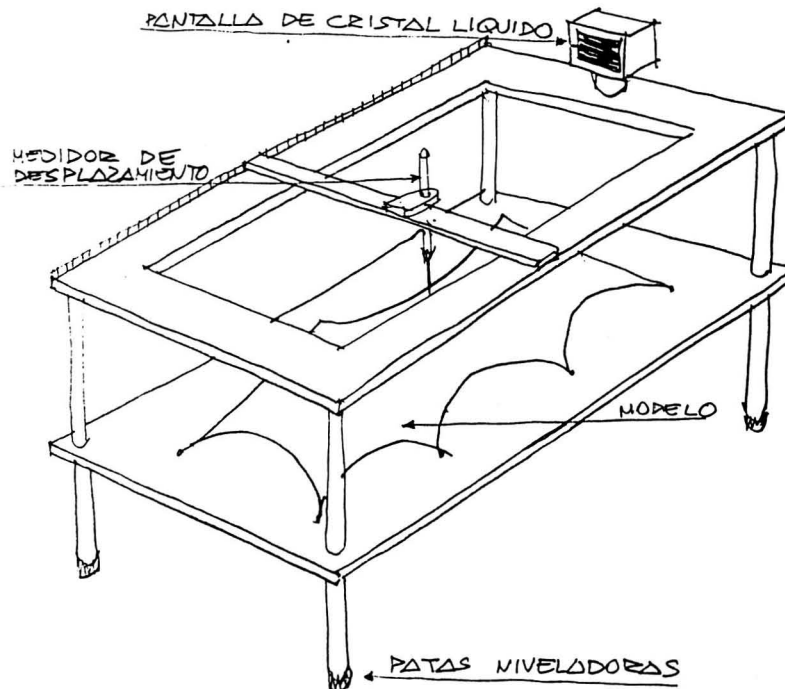


FIG. 26. MESA MEDIDORA DE COORDENADAS 3D

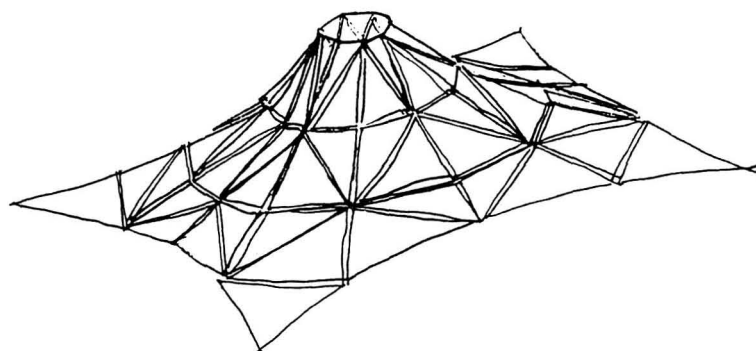
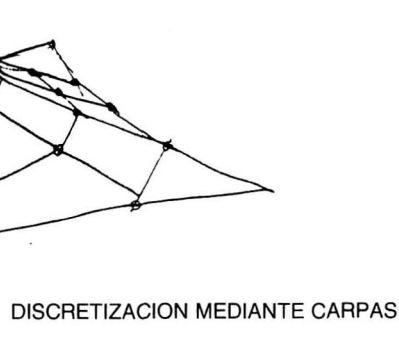
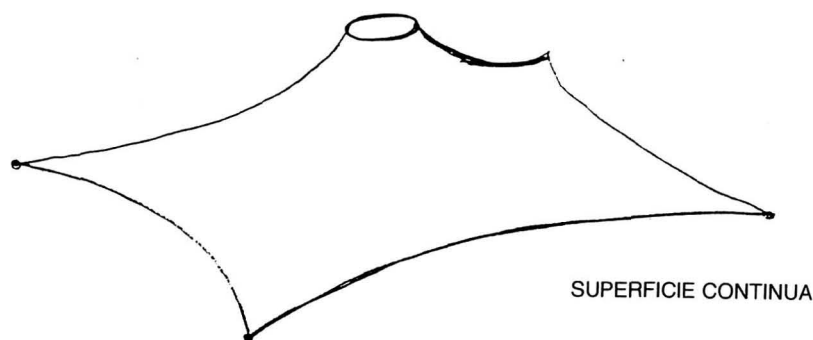


FIG. 27.

otros traccionados. Puesto que el material utilizado no tiene rigidez a compresión, la estructura considerada será incorrecta. Para corregirlo volveremos a calcular el conjunto dando rigidez nula a los elementos comprimidos. En este segundo cálculo volverán a aparecer nuevos elementos comprimidos y posiblemente alguno de los de rigidez nula vuelva a entrar en tracción. Realizaremos un nuevo cálculo anulando la rigidez de los comprimidos y devolviendo la propia a los que han recuperado tracción. Seguiremos con este proceso hasta que todos los elementos activos estén traccionados. Si en el estado final hay muchos elementos destensados es que el estado de pretensado inicial era insuficiente y que tal vez se requiera aumentarlo.

En general no es necesario que absolutamente todo esté en tracción para los casos más desfavorables de carga y si éstas actúan en breves lapsos de tiempo puede tolerarse cierto destensado. Este procedimiento es relativamente simple y combinado con los ciclos iterativos del propio proceso de solución del sistema de ecuaciones no lineales permite tener en cuenta que la rigidez del material es de un sólo signo, sin aumentar el volumen operativo.

Sin embargo en elementos finitos, asumiendo el material isótropo, que aparezcan compresiones en una dirección no implica perder la rigidez en otras; por el procedimiento anterior dejaría de colaborar el elemento entero. Para corregir esta incongruencia hay desarrollados recursos numéricos adecuados que puedan conocerse en la bibliografía especializada.

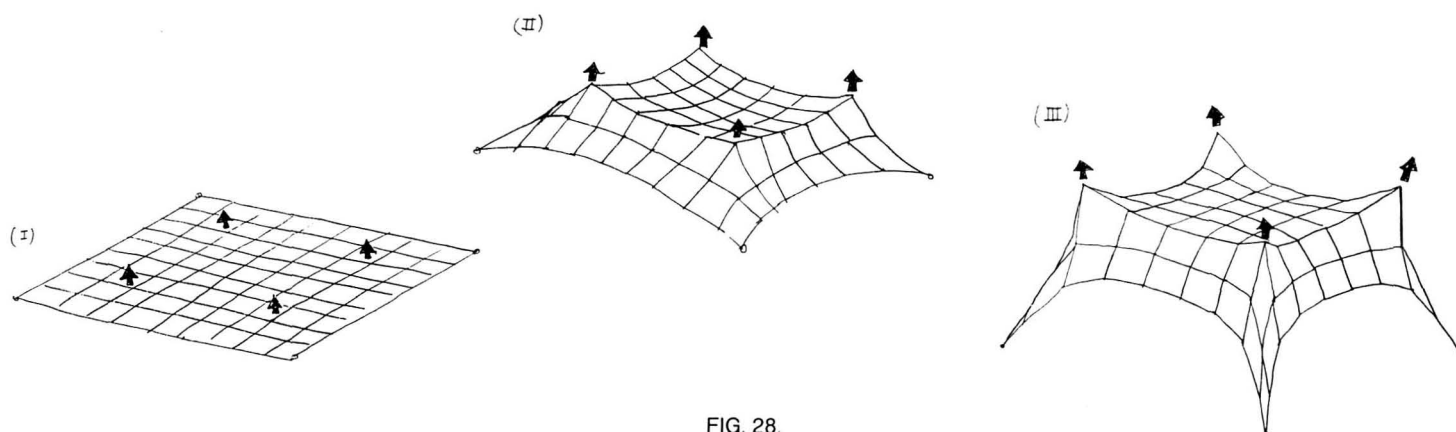


FIG. 28.

6. DESPIECE DE CONJUNTO Y CONFECCION DE PATRONES

Una vez definida la geometría podremos utilizar uno o varios de los materiales con que contamos para formalizarla. En el caso de red de cables habría que trazar la malla sobre la superficie y medir los tramos entre nudo para obtener sus longitudes, o bien utilizar la formulación analítica que nos dice que entre dos nudos $i(x_i, y_i, z_i)$ y $j(x_j, y_j, z_j)$ la distancia es:

$$d = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$$

Si el material utilizado es un tejido habrá que encontrar la manera de montar una superficie de cierta dimensión a partir de un material que la industria proporciona plano y en bobinas de ancho pequeño, generalmente 1,60 m. Como haría un sastre hay que proceder a componer la superficie a partir de unas piezas reducidas que además desperdicien el mínimo tejido de la bobina y tenga las menos uniones posibles. A estas piezas se las denomina patrones y constituyen una de las operaciones más delicadas del proceso. Cuanto más pequeños sean los patrones mayor es la posibilidad de acercarse a la forma con precisión pero el número de solapes, uniones y particiones debilita y afea el conjunto. Si los patrones son grandes los tramos planos no se adaptan bien al alabeo global y se producen arrugas y bolsas que todavía funcionan peor. Además, las líneas de unión deberían situarse lo más paralelas posible a las máximas tensiones (Fig. 30).

Por otra parte las costuras imprescindibles serán muy aparentes en la superficie traslúcida y hay que integrar en el diseño esas bandas que se producirán cada 1,50 m. Elegir bien su orientación es decisivo.

La geometría que tenemos no la hemos obtenido con una expresión analítica continua y por tanto sólo nos es conocida en los nudos de encuentro de los elementos. Para determinar el despiece son estos nudos los que nos tienen que servir de guía y podremos desplegar las caras como si de un poliedro de muchas caras triangulares se tratara. Si este desarrollo lo hacemos lo más concentrado posible podremos ajustarle bandas del ancho de la bobina con poco desperdicio, de lo contrario aparecerán muchos picos y zonas residuales que más parecerán parches que patrones.

En ocasiones la malla utilizada para el cálculo es demasiado ancha y para los patrones necesitamos una modulación

menor. Para ello habrá que obtener una discretización menor de la superficie, bien por interpolación o por otros métodos; incluso, en algunos casos la malla de cálculo no es la más adecuada para el despiece y se hace necesaria la obtención de una nueva.

Una vez establecidos los patrones de corte hay que hacer algunas correcciones puesto que aquéllos corresponden a la geometría definitiva tensada y estos patrones están sin tensión.

Conocida la extensibilidad de la trama y de la urdimbre habrá que disminuir proporcionalmente a ésta el tamaño de los patrones para que alcancen su dimensión real cuando estos sean estirados. A este proceso se llama de compensación y si está bien hecho llevará a una forma final libre de toda arruga.

Cuando hemos obtenido los patrones planos en forma de grupos de bandas cabe la tentación de quitar residuos de algunas de ellas para añadirlos al patrón contiguo. En general no es posible este trasiego de formas puesto que el objeti-

vo de conseguir formas de doble curvatura no permite esta interpretación geométrica.

Si la estructura tiene pequeña curvatura los bordes de los patrones serán sensiblemente rectos. De lo contrario mostrará bordes muy curvados.

Cuanto más pequeños sean los patrones más fácilmente nos ajustamos a la forma deseada.

La unión de piezas en estos tejidos puede ser de varios tipos, principalmente pegada, cosida o ambas cosas a la vez (Fig. 31). Como estas uniones pueden ser los puntos débiles de la estructura deberán producirse lo más paralelas posible a las líneas máximas de tensión.

En la Fig. 32 se representa una pequeña estructura cuya forma se ha determinado por un método variacional con una discretización tipo barra. Posteriormente se ha procedido a dibujar las dimensiones reales de las bandas de recuadros desplegándolas en un plano y se han obtenido los patrones de corte que se acompañan.

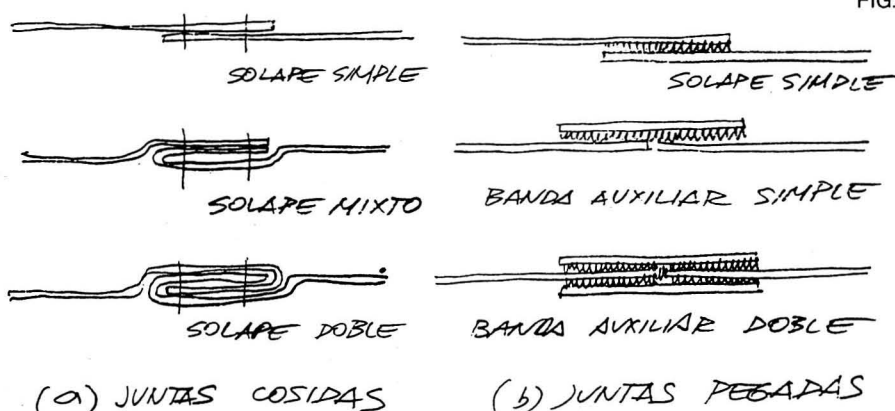
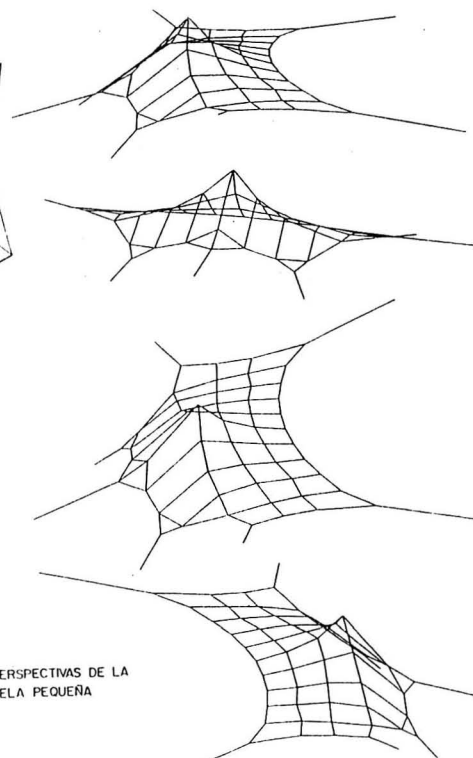
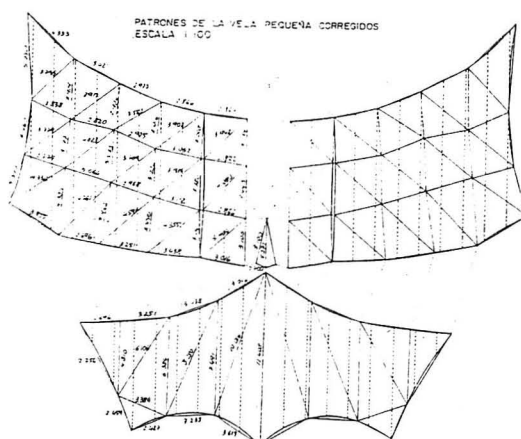


FIG. 31



PERSPECTIVAS DE LA VELA PEQUEÑA